CHAPITRE-I

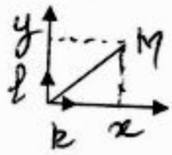
Quelques Rappels mathématiques

I- L'ensemble C

La résolution de l'équation $X^2= -1$ donne 2 racines confondues j tel que $j^2 = -1$ (j est l'imaginaire pure)

On a Z=x +jy avec j est définit pour x=0 et y=1 et $j^2 = -1$; $Z^* = x-jy$ (conjugué de Z)

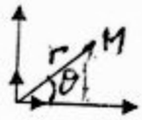
On peut représenter Z par un vecteur OM dans un repère orthonormé (O k l) de telle sorte que OM= xk+ yl (en coordonnées cartésien)



On peut faire intervenir les coordonnées polaires tel que : $\|OM\|=r$
$x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$, $r=\sqrt{x^2+y^2}$ et $y= tg\theta$ (r et θ module et argument de Z)
On pourra adopter une écriture :

$$Z=x +jy=re^{j\theta} =r(\cos\theta+j\sin\theta) \qquad \text{(I-1)}$$

donc

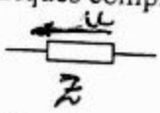


et

$$\cos\theta=1/2(e^{j\theta}+e^{-j\theta}) \qquad \text{(I-2)}$$

$$\sin\theta=1/2(e^{j\theta}-e^{-j\theta}) \qquad \text{(I-3)}$$

Exemple : Grandeurs électriques complexes



En régime sinusoïdal ou harmonique, il est commode d'utiliser les grandeurs complexes : si u la tension appliquée à un dipôle présentant un comportement linéaire tel que $u=U\cos\omega t$ on aura le courant $i= I\cos(\omega t+\varphi)$; U I les amplitudes et φ le déphasage entre u et i

Pour les grandeurs complexes: $u=Ue^{j\omega t}$ et $i=Ie^{j(\omega t+\varphi)}$; u=réel $U=1/2(U+U^*)$ et i=réel $I=1/2(I+I^*)$

La loi d Ohm: u=Zi (Z : l'impédance complexe) donc

$$Z=U/I=R+jX=(U/I)e^{-j\varphi}=\sqrt{x^2+y^2}\, e^{j\psi} \qquad \text{(I-4)}$$

ETUSUP .com

$$Z= \sqrt{x^2+y^2} \text{ et } Arg\ Z=tg\psi=X/Y \qquad (I\text{-}5)$$

donc le déphasage

$$\varphi= -\psi=-Arc\ tg\ (X/Y) \qquad (I\text{-}6)$$

L'admittance $Y=1/Z=I/U=G+jB$ (G: conductance et B: susceptance) on aura

$Z==\sqrt{x^2+y^2}\ e^{jv}$ et

$tg\ \psi=X/R$; $I=U/Z=1/\sqrt{x^2+y^2}$ on constate que

$$tg\ \varphi =tg\text{-}\psi=-X/R \qquad (I\text{-}7)$$

La puissance complexe P se calcule selon

$$P=UI^{*}=Pa+jPr \qquad (I\text{-}8)$$

(Pa et Pr puissance active et puissance réactive) ; on trouve donc que

$$Pa=1/2(UI\cos\varphi) \qquad (I\text{-}9)$$

et

$$Pr=1/2(UI\sin(-\varphi)) \qquad (I\text{-}10)$$

II Equations différentielles :

Ce sont des équations relient la fonction et ses dérivées (on traite les équations simples dans le cas linéaire)

1- L'équation du première ordre :
elle fait intervenir la fonction et sa dérivée première

Exemple : Pour E et K des constante ; la résolution de l'équation

$$v+(1/K)dv/dt=E \qquad (1\text{-}11)$$

se fait en 2 étapes :

Première étape:
La solution général sans second membre v_g:l'équation (1) s'écrit

$$v+(1/K)dv/dt=0 \qquad (1\text{-}12)$$

$$dv/v=-Kdt \qquad (1\text{-}13)$$

donc Log v= -Kt + L (L cste d'intégration) d'où

ETUSUP .com

avec A= cste $v_g = Ae^{-Kt}$ (1-14)

2) Deuxième étape :

La solution particulière avec second membre v_p : puisque E est constante alors v=cste est une solution évidente de l'équation (1) : $v_p=E$

Enfin la solution de l'équation (1) est la somme des 2 solutions :

$$v=v_g+v_p= Ae^{-Kt}+E \quad (1\text{-}13)$$

2- L'équation du deuxième ordre : elle fait intervenir la fonction et ses dérivées premières et deuxième :

Pour a et b cstes ; on prend particulièrement l'équation

$$d^2v/dt + a\, dv/dt + bv = 0 \quad (1\text{-}14)$$

On cherche alors la solution de l'équation caractéristique

$$r^2+ar+b=0 \quad (1\text{-}15)$$

pour cela on a 3 cas selon le signe de la valeur du discriminent $\Delta=a^2-4b$:

a) Pour $\Delta>0$ Les deux solutions sont $r_1=(-a+\sqrt{\Delta})/2$ et $r_2=(-a-\sqrt{\Delta})/2$ ce qui donne

$$v(t)=Ke^{-Lt}\text{sh}\ \sqrt{M}+Nt \quad (1\text{-}16)$$

le régime est apériodique.

b) $\Delta=0$ Les deux solutions sont confondues $r_1=r_2$ le régime est critique.

c) $\Delta<0$ la solution est

$$v(t)= Ke^{-L't}\sin\ \sqrt{M'}+N't \quad (1\text{-}17)$$

le régime sinusoïdal ou pseudo sinusoïdal.

ETUSUP .com

ETUSUP.com

Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Exercices
Livres
Contrôles Continus
Langues
MTU
Mécanique
Thermodynamique
Divers
Multimedia
Economie
Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..